COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 JANVIER 1882.

PRÉSIDENCE DE M. JAMIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE. — *Sur l'onde explosive;* par M. BERTHELOT.

« Les expériences sur la propagation des phénomènes explosifs dans les gaz, communiquées à l'Académie dans sa dernière séance au nom de M. Vieille et au mien, révèlent l'existence d'un nouveau genre de mouvement ondulatoire, d'ordre mixte, c'est-à-dire produit en vertu d'une certaine concordance des impulsions physiques et des impulsions chimiques, au sein d'une matière qui se transforme. En un mot, il ne s'agit plus ici d'une onde sonore, transmise de proche en proche, avec une vitesse déterminée par la seule constitution physique du milieu vibrant, vitesse qui est la même pour toute espèce de vibrations. C'est au contraire le changement de constitution chimique qui se propage dans l'onde explosive. Aussi la vitesse de l'onde explosive est-elle tout à fait différente de celle des ondes sonores transmises dans le même milieu. Nous avons observé, par exemple, avec le mélange oxyhydrique une vitesse de 2841^{m}; tandis que celle de l'onde sonore est seulement de 514^{m} (à 0°); avec le mélange oxycarbonique : 1089^{m}, au lieu de 328^{m} pour ce mélange même, et 264^{m} pour l'acide carbonique résultant de sa transformation.

» Résumons les propriétés qui définissent cette onde nouvelle.

» 1° Son premier caractère, c'est de se propager uniformément, comme le montrent les expériences faites avec les mélanges oxyhydriques et les mélanges oxycarboniques, expériences exécutées successivement dans les tubes de plomb, de caoutchouc et de verre, sous des longueurs qui ont varié de 40^m à 30^m et à 20^m.

» Il est probable qu'au voisinage des extrémités il se produit des perturbations; cependant les expériences faites avec les tubes soit fermés, soit ouverts d'un seul côté, soit ouverts aux deux bouts, ont donné la même vitesse; et celle-ci est demeurée encore la même pour une longueur donnée, que l'interrupteur fût placé soit dans la région centrale, soit à l'extrémité.

» 2° La vitesse de l'onde explosive dépend essentiellement de la nature du mélange explosif, et non de la matière du tube qui le contient (plomb, caoutchouc).

» 3° L'influence du diamètre du tube sur la vitesse de l'onde est manifeste dans un tube capillaire. Cependant la diminution, même dans ce cas extrême (2390^m au lieu de 2840^m), n'est pas excessive, et il est probable que la vitesse deviendrait de moins en moins dépendante du diamètre, à mesure que l'accroissement de celui-ci laisserait plus de liberté aux mouvements propres des particules gazeuses et diminuerait les frottements.

» Ces conclusions sont conformes à celles de M. Regnault sur la vitesse du son dans les tubes (*Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. XXXVII, p. 456).

» 4° La vitesse de l'onde explosive est indépendante de la pression; celle-ci ayant varié, dans les expériences, entre des limites comprises de 1 à 3, toujours au voisinage de la pression atmosphérique. C'est là une propriété fondamentale, car elle établit que la vitesse de propagation de l'onde explosive est régie par les mêmes lois générales que la vitesse du son.

» 5° La relation théorique qui doit exister entre la vitesse de l'onde explosive et la nature chimique du gaz qui la transmet est difficile à établir, cette vitesse dépendant des températures, et celles-ci n'étant pas les mêmes dans la combustion de deux systèmes différents.

» En effet, l'inégalité des températures résulte à la fois de la grandeur inégale des quantités de chaleur (68200 pour $C^2O^2 + O^2$, 59000 pour $H^2 + O^2$, en supposant l'eau gazeuse) et des incertitudes qui règnent sur la valeur des chaleurs spécifiques aux hautes températures et sur la dissociation.

Cependant on peut entrevoir la relation théorique qui règle la vitesse de l'onde explosive, si l'on remarque que l'énergie totale du gaz, au moment

de l'explosion, dépend de sa température initiale et de la chaleur dégagée pendant la combinaison même : ces deux données déterminent la température absolue du système, laquelle est d'ailleurs proportionnelle à la force vive $(\frac{1}{2} mv^2)$ de translation des molécules gazeuses. Il en résulte que la vitesse même de translation est proportionnelle à la racine carrée du rapport entre la température absolue, T, et la densité du gaz rapportée à l'air, δ; soit, d'après Clausius,

$$v = 29^{m},354 \sqrt{\frac{T}{\rho}}.$$

Or, je vais montrer qne cette vitesse théorique de translation des molécules gazeuses, à la température de l'explosion, est fort voisine de la vitesse de propagation de l'onde explosive, constatée par expérience, si elle ne lui est identique.

En effet, en admettant pour T, qui ne peut être calculé *a priori*, la valeur de 3000°, acceptée par la plupart des physiciens et des chimistes qui se sont occupés de la question, la vitesse de translation des molécules gazeuses à la température développée par la combustion serait voisine de 1300^{m} par seconde pour l'acide carbonique ; elle atteindrait 2000 à 2500^{m} pour le gaz oxyhydrique, suivant que l'on suppose la vapeur d'eau plus ou moins dissociée. Orces chiffres sont précisément de l'ordre de grandeur des vitesses que nous avons observées plus haut pour l'onde explosive. On arrive à un résultat analogue, en faisant un calcul pareil pour les divers mélanges d'air et de gaz tonnant sur lesquels nous avons opéré, et dans lesquels la vitesse tombe à moitié de celle du gaz tonnant pur.

» Ainsi, il semble que dans l'acte de l'explosion un certain nombre de molécules gazeuses, parmi celles qui forment la tranche enflammée tout d'abord, soient lancées en avant avec toute la vitesse correspondant à la température maxima développée par la combinaison chimique : leur choc détermine la propagation de celle-ci dans la tranche voisine, et le mouvement se reproduit de tranche en tranche, avec une vitesse sinon identique, du moins comparable à celle des molécules elles-mêmes.

» La transmission de la force vive dans ces conditions d'action extrêmement rapide s'opère peut-être plus aisément entre molécules gazeuses de même nature, en vertu d'une sorte d'unisson qui coordonne des mouvements similaires, qu'entre les molécules du gaz et la paroi environnante.

» Les choses peuvent se passer autrement dans les cas où le système en ignition a le temps de perdre une partie de sa chaleur, communiquée à des gaz étrangers ou à des corps voisins, non susceptibles d'éprouver la

même transformation chimique. Telle est sans doute la cause de la différence qui existe entre une inflammation ordinaire, se propageant de proche en proche, en quelque sorte en vertu d'un minimum de force vive, et une détonation proprement dite. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Résumé des observations météorologiques faites pendant l'année* 1881, *en quatre points du Haut-Rhin et des Vosges* (¹); par M. G.-A. Hirn.

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie les résultats des observations qui se font en quatre localités du Haut-Rhin et des Vosges. Ces localités sont :

» 1° Thann : altitude 350^{m}; entrée au Sud-Est; la direction moyenne fait un angle d'environ 45° avec la méridienne et de 74° avec l'axe de la chaîne des Vosges. Observateur : M. Albert Scheurer; instruments d'observation : baromètre Fortin, thermomètres à maxima et minima, hygromètre à cheveux multiples, pluviomètre, évaporomètre.

» 2° Munster : altitude 388^{m}; entrée au Nord-Nord-Est; la direction moyenne fait un angle d'environ 60° avec la méridienne et de 30° avec l'axe de la chaîne des Vosges. Observateur : M. O. Hallauer; instruments : baromètre Fortin, thermomètres à maxima et minima; pluviomètre.

» 3° Col de la Schlucht, passage des Vosges de Munster à Gérardmer; altitude 1154^{m}, hauteur au-dessus du sol de Colmar 959^{m}. Les instruments, naturellement peu nombreux ici, sont un pluviomètre, des thermomètres à maxima et à minima, un baromètre. J'avais établi, dès 1868, cette station si intéressante, et elle avait fonctionné régulièrement jusqu'en 1870, sous les bons soins de M. Mohr; mais, pendant le funeste hiver de 1870-1871, les instruments ont été brisés ou dispersés. J'ai réorganisé ce poste, en novembre 1880, dans le chalet que MM. Hartmann ont bien voulu mettre à ma disposition, et c'est M. Defranoux, préposé à la garde de ce chalet, qui fait les notations avec autant de précision que de zèle. Je ne puis que le remercier pour la ponctualité avec laquelle il s'acquitte de ses fonctions.

» 4° L'observatoire central, d'abord placé dans mon ancienne résidence du Logelbach, se trouve, depuis novembre 1880, transféré au sud de Colmar, en dehors de la ville; il est entièrement libre du côté du Sud, très

(¹) Ce résumé est fait d'après les Tableaux des observations journalières relevées aux quatre stations. J'ai remis une copie de ces Tableaux à M. Mascart et une autre à M. Marié-Davy.

éloigné de tout bâtiment vers le Nord; à l'Est et à l'Ouest il se trouve à 20m environ de maisons d'habitation isolées. Les observations se font trois fois par jour : entre 6h et 7h du matin, à midi et entre 6h et 7h du soir, tandis que celles des trois postes précédents se font toutes à midi seulement.

» J'indique d'abord le résumé des observations spéciales à ce dernier poste.

» *Actinomètre.* — Placé à 11m au-dessus du sol.

» Le thermomètre à boule réfléchissante de l'actinomètre ayant été brisé par un grêlon, je n'ai pas cru devoir le remplacer; les différences indiquées sur le Tableau suivant sont celles que donne le thermomètre à boule noircie et un thermomètre placé à la même hauteur à l'ombre. Sauf erreur de ma part, je pense que cette manière d'observer est plus significative que celle qui est généralement employée.

		Durée moyenne des observations.	$t_1 - t_0$. Maxima.
Janvier	21,5	15	27,6
Février	21,4	7	23,8
Mars	22,6	15	24,9
Avril	21	16	24,8
Mai	23	16	27,3
Juin	21	16	24,9
Juillet	20,3	21	24,7
Août	21	15	26
Septembre	21,8	9	24,8
Octobre	22,5	6	23,8
Novembre	19,5	9	22,6
Décembre	19,6	5	21

» *Directions et vitesses du vent.* — La direction et la vitesse du vent ne sont notées ni à Munster ni à Thann, parce qu'elles sont *faussées* par la disposition des deux vallées, dans lesquelles il ne règne, en quelque sorte, que deux vents de directions précisément opposées. Au col de la Schlucht, où ce genre d'observations eût été fort intéressant, il était impossible d'établir un anémomètre enregistreur en un point convenable. Je n'ai pu encore vérifier les indications de cet instrument ici, et j'ai dû accepter ses notations comme M. Salleron me les a garanties. J'ai lieu de croire que celles-ci sont tout au moins très approximatives. Nos vents les plus violents ne dépassent guère 18m à 20m à la seconde d'après l'anémomètre. Ce résultat est confirmé par une remarque que j'ai pu faire depuis de nombreuses années. La direction du chemin de fer de Bâle à Strasbourg est (à peu près) celle de nos vents de tempête S.-S.-O. Par les plus violents coups

de vent, je n'ai jamais vu la fumée de la locomotive des trains express allant de Mulhouse à Strasbourg devancer le train. Or, la vitesse de ces trains s'élève très rarement à 20^m.

	Vents dominants.	Vitesse moyenne.	Vitesse maxima.	Nombre de jours où le vent a été notable.
		m	m	
Janvier	N.-N.-O.	4,0	9	6
	S.-S.-O.	4,5	14	5
Février	S.-S.-O.	6,0	17	4
Mars	S.-S.-O.	5,5	16	7
Avril	N.-N.-E.	2,5	10	11
Mai	N.-N.-E.	4,5	9	5
	S.-O.-O.	3,0	12	5
Juin	S.-O.	2,0	9	4
	N.-O.-O.	2,5	8	6
Juillet	S.-O.-O.	4,0	18	11
Août	S.-O.-O.	4,0	15	13
Septembre	S.-O.	3,5	12	6
Octobre	N.-N.-E.	4,0	9	13
Novembre	S.-O.	5,0	18	8
Décembre	S.-O.-O.	8,0	20	4

» Voici le Tableau résumé des relevés faits simultanément aux quatre stations :

	TEMPÉRATURE.								PRESSION ATMOSPHÉRIQUE.				EAU TOMBÉE. (Hauteur en millimètres.)			
	MINIMA.				MAXIMA.											
	Schlucht.	Munster.	Colmar.	Thann.	Schlucht.	Munster.	Colmar.	Thann.	Schlucht.	Munster.	Colmar.	Thann.	Schlucht.	Munster.	Colmar.	Thann.
Janvier	—8,8	—6,7	—6,4	"	—4,0	0,9	—1,2	"	658,7	724,9	742,09	"	58,9	54,6	25,0	"
Février	—2,5	—1,4	0,3	"	2,7	5,8	7,0	"	660,9	727,7	742,17	"	82,9	53,3	29,0	"
Mars	—2,4	1,2	2,6	"	4,6	10,2	13,8	"	662,5	729,5	744,15	"	186,6	46,6	15,0	"
Avril	0,1	2,7	4,8	"	7,4	11,7	14,6	"	661,9	728,2	742,08	"	124,7	83,1	63,9	"
Mai	3,6	5,6	8,3	"	11,9	17,2	19,9	"	666,1	732,4	746,52	"	90,2	45,4	64,1	"
Juin	6,8	9,5	11,9	"	16,2	20,8	24,1	"	665,0	730,0	744,42	"	89,9	53,7	68,0	"
Juillet	10,6	12,0	14,7	10,5	21,0	26,8	30,1	27,5	669,7	732,0	746,22	733,5	73,2	69,6	42,7	48,3
Août	8,4	11,7	13,8	12,5	15,7	22,2	25,3	23,5	666,7	729,7	743,80	730,5	198,2	91,3	78,4	131,5
Septembre	5,0	8,0	9,9	4,5	10,8	16,5	19,2	15,0	666,5	730,3	744,83	735,4	167,0	69,3	68,8	89,5
Octobre	—1,2	1,4	3,1	2,6	2,8	8,7	10,6	10,0	661,6	728,0	743,88	732,0	106,8	46,6	46,4	84,0
Novembre	1,3	2,7	3,3	3,0	6,3	11,4	13,4	11,9	667,8	734,1	749,57	741,4	73,8	21,0	8,5	41,0
Décembre	—3,7	—2,4	—0,8	"	0,0	3,9	3,7	"	664,3	732,3	748,12	"	63,6	29,5	11,2	"
Moyennes et sommes	1,43	3,7	5,46	"	7,95	13,01	15,04	"	664,3	729,93	744,82	"	1310,8	664,0	521,0	"

» La différence de hauteur entre la Schlucht et la station de Colmar, 959^{m}, a été déterminée par deux observations faites à trois mois d'intervalle, par des jours très calmes, avec deux Fortin notés simultanément. Il s'en faut de beaucoup, comme on peut s'en assurer, que les baromètres marchent de front dans les deux stations; les différences entre eux oscillent même assez fortement. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

OPTIQUE. — *Les observations spectroscopiques à la lumière monochromatique.* Note de M. Ch.-V. Zenger (Extrait).

(Renvoi à la Commission du passage de Vénus)

« J'ai montré la puissance de dispersion que présente la réunion en parallélépipède, de deux prismes ayant des indices très différents pour les lumières rouge et violette et des indices égaux pour la lumière de réfrangibilité moyenne.

» On voit aisément que le grand nombre de liquides qui jouissent de cette propriété par rapport au quartz ou aux différentes espèces de crown fournissent amplement les moyens d'effectuer des observations, pour ainsi dire avec une lumière de réfrangibilité quelconque, en faisant usage de la réfraction totale, qui fait disparaître par exemple les rayons violets jusqu'à la raie C, tandis que la dispersion énorme à la limite élimine du champ visuel de la lunette du spectroscope, par exemple, tout ce qui est voisin de la raie B. C'est ainsi qu'on obtient, dans le champ, exclusivement la lumière voisine de la raie C, c'est-à-dire qu'on observe dans la lumière rouge appartenant à l'hydrogène. De même, on peut observer à la lumière monochromatique de l'hydrogène appartenant aux raies *f*, *g* ou *h*.

» En recherchant les liquides qui réunissent le mieux les propriétés de fournir à la fois une dispersion assez puissante, une transparence parfaite et la réflexion totale de la partie rouge ou violette, j'ai trouvé que la benzine et le benzylène, combinés avec le quartz, éliminent la lumière extrême rouge sous un angle de 75° environ, tandis que l'anéthol pur, pour un angle réfringent de 75°, élimine la lumière violette extrême.

» On peut, dès lors, faire usage du même parallélépipède, formé de

prismes ayant un angle réfringent de 75°, en se servant de benzine ou de benzylène dans le prisme liquide, ou bien d'anéthol ([1]).

» .. . C'est la manière la plus avantageuse pour observer, avec une fente largement ouverte, rectiligne ou circulaire, les protubérances ou les taches solaires, ou les couleurs renversées de la chromosphère, près du bord solaire.

» Je serais heureux que la Commission du passage de Vénus voulût bien en faire l'épreuve sur un passage artificiel, pour constater la précision extrême et la netteté des images ainsi obtenues sous une dispersion énorme, et même sous les grossissements les plus exagérés.

» D'ailleurs, on pourrait préciser, en temps utile, les différences, s'il y en a, entre les instants du contact observés à la lumière rouge ou à la lumière violette ; déterminer enfin la différence entre le moment de contact observé avec la lunette, sans l'aide du spectroscope ou avec celui-ci.

» Les avantages qu'on doit y trouver sont, à mon avis, les suivants :

» 1° L'irradiation sera détruite ou réduite au minimum par la dispersion très puissante et par l'usage de la lumière extrême rouge ou violette ;

» 2° La netteté extraordinaire des images spectroscopiques permettra des grossissements plus forts qu'auparavant ;

» 3° La lumière réellement monochromatique du champ visuel doit faire disparaître la confusion produite par les bandes d'interférence, dues à la lumière qui rase le bord et qui pénètre dans l'atmosphère de Vénus ; dès lors, l'apparition de raies rouges et noires pourra fournir le moment réel du contact, tandis que, avec les bandes observées dans la lumière blanche, il se produit une succession rapide de spectres d'interférence dus à la lumière intense qui pénètre dans l'atmosphère de Vénus et à celle qui est réfléchie par le bord de la planète. La dispersion puissante diminuera l'intensité des rayons réfléchis, de manière à les faire disparaître à côté de la lumière directe du Soleil passant dans l'atmosphère et très près de celle-ci.

» Enfin, on peut espérer obtenir des photographies beaucoup plus nettes à la lumière monochromatique, avec le parallélépipède, qu'avec tout autre espèce de spectroscope, à vision directe ou non.... »

([1]) La Note de l'auteur donne le détail du calcul numérique qui s'applique au phénomène produit avec cette combinaison. C'est un calcul semblable à celui qui a déjà été indiqué par lui, dans des Communications insérées aux *Comptes rendus*.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Remarques relatives à la Note de MM.* Mignon et Rouart, *sur les procédés de cuivrage;* par M. **Fr. Weil.**

(Renvoi à la Commission précédemment nommée).

« Je demande à l'Académie la permission de faire observer que MM. Mignon et Rouart se trompent, en disant, dans leur Lettre du 9 janvier, que je n'emploie l'acide organique que comme accessoire. C'est le contraire qui est vrai. L'acide organique joue le rôle principal dans mon système de cuivrage, ainsi qu'il résulte de la description de mes procédés aux *Annales de Chimie et de Physique*, 1864, 4e série, t. IV.

» Je démontre, dans le Chapitre intitulé « Proportions des différentes matières qui composent les bains », qu'il faut à peu près 2^{éq} d'acide organique par équivalent d'oxyde de cuivre, pour faire des bains donnant constamment d'excellents résultats, se conservant indéfiniment et donnant des dépôts de cuivre rouge pur.

» J'y décris également les inconvénients que présentent les bains renfermant moins d'acide organique, par exemple 1^{éq} ou 2^{éq} d'oxyde de cuivre pour un seul équivalent d'acide organique. Ces bains ne peuvent servir qu'au bronzage et ne cuivrent pas en rouge pur.

» Ces sels de cuivre, avec excès d'acide organique (2^{éq} ou au delà d'acide pour 1^{éq} d'oxyde de cuivre), qui forment la base de mon système de cuivrage de la fonte, sont, il est vrai, tenus en dissolution dans mes bains au moyen d'un excès d'alcali; mais cet excès d'alcali est nécessaire, non seulement pour tenir le cuivre en dissolution alcalino-organique et pour assurer la stabilité du bain, mais encore pour empêcher l'attaque du fer métallique par les acides et pour garantir ainsi l'adhérence du cuivre déposé sur le fer.

» J'y démontre aussi qu'un séjour de très courte durée dans mes bains alcalino-organiques est suffisant pour que le cuivrage à faible épaisseur, qui en résulte, protège complètement le fer de l'attaque des acides, de sorte qu'on pourrait sans danger continuer le cuivrage à forte épaisseur dans des bains de cuivre, acidulés même par des acides minéraux.

» Cependant, pour la plupart des applications exigeant l'adhérence maxima, je préfère cuivrer également à forte épaisseur et à la pile dans mes bains alcalino-organiques et, depuis 1869, à la machine magnéto ou dynamo-électrique. »

M. X. Antomari adresse une Note concernant une généralisation de la théorie des pôles et des polaires.

(Renvoi à l'examen de M. Bouquet.)

M. E. Wickersheim adresse une démonstration du postulatum d'Euclide.

(Renvoi à l'examen de M. Jordan.)

M. C. Tornbory adresse, de Jassy (Roumanie), des échantillons d'ambre obtenus par l'agglomération de détritus et de poussières de ce corps.

(Commissaires : MM. Wurtz, Peligot.)

MM. A. Dumontpallier et P. Magnin adressent un nouveau Mémoire concernant la métalloscopie, l'hypnotisme et l'action de divers agents physiques dans l'hystérie.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. P. Mathieu adresse une Note relative au Phylloxera.)

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, les « Annales du jardin botanique de Buitenzorg; Volume I, publié par M. *Scheffer* (Batavia, 1876), et Volume II, première Partie, publiée par M. *Melchior Treub* (Leide, 1881) ».

GÉOMÉTRIE. — *Sur la représentation sphérique des surfaces.* Note de M. G. Darboux.

« Considérons une surface (Σ) et supposons que ses lignes de courbure aient pour image sphérique deux systèmes de lignes orthogonales tracées sur une sphère (S). Soumettons ces lignes sphériques à une inversion dont le pôle sera un point quelconque O, et dont le module sera choisi de telle manière que la sphère (S) se corresponde à elle-même; soit (P) le plan polaire de O par rapport à (S). Considérons un plan tangent quelconque

(π) de la surface (Σ), et abaissons du centre C de la sphère (S) la perpendiculaire sur ce plan, perpendiculaire qui rencontrera la sphère en un point M; soit M′ l'inverse du point M. Le plan (π'), perpendiculaire à CM′ et passant par l'intersection du plan (π) avec le plan fixe (P), enveloppera une surface (Σ'), dont la représentation sphérique sera fournie par les lignes orthogonales inverses de celles qui servent de représentation à (Σ).

» Nous retrouvons ainsi, et nous donnons le moyen de réaliser géométriquement cette méthode de transformation des surfaces avec conservation des lignes de courbure, dans laquelle à un plan correspond un plan, et qui a été étudiée plus particulièrement par M. Laguerre, sous le nom de *transformation par directions réciproques;* et nous voyons de plus que cette méthode nous permettra, toutes les fois que le problème de la représentation sphérique aura été résolu pour un système de lignes, d'en donner la solution pour tous les systèmes orthogonaux que l'on peut en déduire par une inversion. Par exemple, si l'on cherche les surfaces à lignes de courbure planes dans les deux systèmes, surfaces qui ont pour représentation sphérique un double système de cercles orthogonaux, on pourra se borner au cas où ce double système de cercles serait formé des méridiens et des parallèles (je fais abstraction du cas relativement facile, et que je considérerai plus loin, où les cercles d'une même série sont tangents les uns aux autres en un point fixe). Alors les lignes de courbure de l'un des systèmes seront dans des plans parallèles, et l'on aura la surface connue, si complètement étudiée dans l'Ouvrage classique de Monge.

» Aux surfaces du second degré, qui ont pour représentation sphérique un système d'ellipses et d'hyperboles homofocales, correspondront les surfaces de quatrième classe corrélatives des cyclides, qui auront pour représentation sphérique un système orthogonal formé de lignes du quatrième ordre, inverses des ellipses et des hyperboles homofocales.

» Dans un grand nombre de recherches, il y a le plus grand avantage à généraliser la méthode ordinaire de représentation sphérique, en s'appuyant sur le théorème suivant :

» *Considérons une sphère variable* (U), *assujettie à toucher à la fois une surface* (Σ) *et une sphère* (S). *Quand le point de contact de* (U) *et de* (Σ) *décrit une ligne de courbure, le point de contact de* (U) *et de* (S) *décrit une ligne sphérique qui correspond à la ligne de courbure. Cela posé, les lignes sphériques qui correspondent aux deux systèmes de lignes de courbure se coupent mutuellement à angle droit.*

» Ce mode de représentation comprend celui que l'on emploie ordi-

nairement comme cas particulier. Il suffira, pour revenir à la représentation usitée, de supposer que le rayon de la sphère (S) grandisse indéfiniment. Mais il a l'avantage de subsister quand on effectue toutes les transformations qui conservent les lignes de courbure, et l'on peut encore démontrer que toute transformation effectuée sur une surface (Σ), et conservant les lignes de courbure, entraîne un changement dans la représentation sphérique de cette surface, qui équivaut à une ou à plusieurs inversions.

» On peut ainsi représenter une surface, non plus sur une sphère, mais sur un plan. Par exemple, les surfaces à lignes de courbure planes, qui ont pour représentation sphérique ordinaire deux systèmes formés de cercles qui se touchent mutuellement, peuvent être déduites de celles qui ont *pour représentation plane* deux systèmes de droites orthogonales. On obtient sans difficulté ces nouvelles surfaces. Elles peuvent être considérées comme l'enveloppe d'une sphère variable assujettie à toucher un plan fixe, que l'on prendra pour plan des xy, et alors la surface décrite par le centre de la sphère variable aura pour équation

$$z = \varphi(x) + \psi(y),$$

où φ et ψ sont deux fonctions arbitraires. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques équations transcendantes.* Note de M. LAGUERRE, présentée par M. Hermite.

« 1. Les théorèmes de Rolle et de Descartes s'appliquent aux équations transcendantes; mais il n'en est pas ainsi des conséquences si simples, si nombreuses et si importantes que l'on déduit de ces deux propositions, relativement aux équations dont le premier membre est un polynôme entier; elles ne subsistent qu'exceptionnellement.

» L'étude des équations $\cos x = 0$ et $\sin x = 0$ n'a pas appelé l'attention sur ce point : les fonctions transcendantes $\cos x$ et $\sin x$ jouissent en effet de toutes les propriétés des polynômes entiers; mais il n'en est plus de même quand on considère la fonction holomorphe $G(x)$, inverse de la fonction $\Gamma(x)$ de Legendre et introduite dans l'Analyse par M. Weierstrass.

» Dans sa remarquable thèse *Sur le développement en séries des intégrales eulériennes*, M. Bourguet a donné en particulier le développement de $G(x)$ suivant les puissances croissantes de x et l'étude de ce développement a

révélé des irrégularités singulières tant dans les signes des coefficients que dans leur valeur numérique.

» Il semble donc de quelque intérêt d'étudier quelles sont les propriétés élémentaires des équations algébriques qui s'appliquent aux équations transcendantes; et à cet égard je distinguerai les fonctions transcendantes holomorphes, dont les *facteurs primaires* sont de la forme $e^{\frac{x}{\alpha}}\left(1-\frac{x}{\alpha}\right)$ et dont le type général est

$$e^{ax}\Pi\,.\,e^{\frac{x}{\alpha}}\left(1-\frac{x}{\alpha}\right).$$

Pour abréger, je les appellerai *transcendantes du genre un,* les transcendantes du genre zéro étant celles dont les facteurs primaires ne renferment pas d'exponentielle.

» 2. Cela posé, en désignant par $F(x)$ une transcendante du premier genre et en me bornant au cas où l'équation $F(x)=0$ *a toutes ses racines réelles,* j'énoncerai les propositions suivantes :

» *Toutes les dérivées de* $F(x)$ *sont également des transcendantes du premier genre et les équations* $F'(x)=0$, $F''(x)=0$, ..., *ont toutes leurs racines réelles* [1].

» En désignant par ω une quantité réelle quelconque, si l'on pose

$$F(x+\omega i)=U+iV,$$

l'équation $\lambda U+\mu V=0$ a, quelles que soient les quantités réelles λ et μ, toutes ses racines réelles.

» En désignant par $a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots$ le développement de $F(x)$, on a les inégalités

$$a_1^2-2a_0a_2\geq 0,\quad a_2^2-\frac{3}{2}a_1a_3\geq 0,\quad \ldots,\quad a_n^2-\frac{n+1}{n}a_{n+1}a_{n-1}\geq 0,\quad \ldots,$$

théorème déjà énoncé par Newton dans le cas où $F(x)$ est un polynôme entier.

» En appliquant cette dernière proposition à la transcendante $G(x)$ et en désignant par $a_1, a_2, \ldots, a_n$ les valeurs absolues des coefficients de son

---

[1] M. Hermite avait déjà démontré [*Sur l'intégrale eulérienne de deuxieme espèce* (*Journal de Borchardt,* t. 90)] que $G'(x)=0$ a toutes ses racines réelles, et sa démonstration, qui s'appuie sur la méthode de Plana, s'étend d'elle-même au cas d'une transcendante quelconque du premier genre. A cette occasion, M. Hermite m'a dit tenir de M. Genocchi que la méthode généralement attribuée à Plana appartient en réalité à F. Chio.

développement, on voit que, si $a_n^2 - \frac{n+1}{n} a_{n+1} a_{n-1}$ est négatif, a_{n+1} et a_{n-1} sont affectés de signes contraires. Cette circonstance se présente fréquemment, à cause même des irrégularités que présente la suite des valeurs numériques des coefficients et de là de nombreuses vérifications des Tables calculées par M. Bourguet, tant pour le développement de $G(x)$ que pour celui de $\frac{e^C G(x)}{x(x+1)}$ et de $\frac{G(x)}{x(x+1)}$.

» 3. En désignant, comme ci-dessus, par $F(x)$ une transcendante du genre un et ayant toutes ses racines réelles, soit

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots$$

le développement de $\frac{1}{F(x)}$.

» Posons, n étant un nombre entier quelconque,

$$\varphi(x) = \frac{a_0 x^n}{1.2\ldots n} + \frac{a_1 x^{n-1}}{1.2\ldots(n-1)} + \ldots + \frac{a_{n-2} x^2}{1.2} + \frac{a_{n-1} x}{1} + a_n;$$

on démontrera aisément que chacune des équations

$$\varphi(x) = 0, \quad \varphi'(x) = 0, \quad \varphi''(x) = 0, \quad \varphi'''(x) = 0, \quad \ldots$$

a au plus une racine réelle.

» En particulier, si n est pair, l'équation $\varphi(x) = 0$ a toutes les racines imaginaires [1], et par suite a_0 et a_n sont de même signe.

» Si l'on pose $\frac{1}{F(x)} = f(x)$, on en déduit que toutes les fonctions

$$f(x), \; f''(x), \; f^{\text{iv}}(x), \; \ldots$$

sont de même signe, quelle que soit la valeur réelle attribuée à la variable.

» On voit aussi que, dans le développement des diverses fonctions

$$x\Gamma(x), \; x(x+1)\Gamma(x),$$
$$x(x+1)(x+2)\Gamma(x), \; x(x+1)(x+2)(x+3)\Gamma(x), \; \ldots,$$

les coefficients de toutes les puissances paires de x sont positifs.

---

(1) Il en résulte nécessairement que l'équation

$$a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n = 0$$

a également toutes les racines imaginaires.

» En posant, avec M. Bourguet,

$$x(x+1)\Gamma(x) = B_0 + B_1 x + B_2 x^2 + \ldots,$$

on en conclut aisément que, pour toutes les valeurs *paires* de i, les quantités

$$2B_i + B_{i-1},\quad 6B_i + 5B_{i-1} + B_{i-2},\quad 24B_i + 26B_{i-1} + 9B_{i-2} + B_{i-3},\quad \ldots$$

sont positives. La même chose n'a pas lieu pour les valeurs impaires de i; les signes des quantités précédentes varient alors d'une façon irrégulière.

» Toutes ces quantités tendent du reste très rapidement vers zéro, et on déduit de là un moyen de calculer de proche en proche les valeurs approchées des coefficients.

» La relation $6B_{18} + 5B_{17} + B_{16} > 0$ donne, par exemple, quand on y remplace B_{17} et B_{16} par leurs valeurs,

$$B_{18} > 0,000\,001\,906\,46;$$

la valeur donnée par M. Bourguet est

$$B_{18} = 0,000\,001\,906\,49.$$

» Les considérations qui précèdent suffisent pour mettre en évidence le rôle important que joue, dans la théorie des équations transcendantes, la notion des facteurs primaires, dont on est redevable à M. Weierstrass. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions fuchsiennes.* Note de M. H. Poincaré, présentée par M. Hermite.

« Dans la Note que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, je me propose d'exposer une méthode nouvelle et rapide pour exprimer une fonction fuchsienne donnée à l'aide de séries thétafuchsiennes. Je suppose, pour fixer les idées, qu'il s'agisse d'une fonction du genre 0 et de la première famille. J'envisage une équation du second ordre :

$$(1)\qquad \frac{d^2y}{dx^2} = y\,\frac{\varphi(x)}{(x-a_1)^2(x-a_2)^2\ldots(x-a_n)^2};$$

je suppose que $\varphi(x)$ est un polynôme de degré $2n-2$, et que, pour les différents points singuliers $a_1, a_2, \ldots, a_n, \infty$, les intégrales soient régulières,

et que les différences des racines des équations déterminantes soient respectivement

$$\frac{1}{\mu_1}, \frac{1}{\mu_2}, \ldots, \frac{1}{\mu_n}, \frac{1}{\mu_{n+1}}.$$

Je suppose que l'on sache que x est fonction fuchsienne du rapport z des intégrales. On peut choisir z d'une infinité de manières. On pourra toujours le choisir de telle façon que, pour z très voisin de o, x soit très voisin de a_1, et se développe de la façon suivante :

$$(2) \qquad x = a_1 + z^{\mu_1} + b_2 z^{2\mu_1} + b_3 z^{3\mu_1} + b_4 z^{4\mu_1} + \ldots.$$

En posant alors

$$x = f(z),$$

$f(z)$ est une fonction fuchsienne parfaitement déterminée; il est aisé de calculer les coefficients $b_2, b_3, b_4, \ldots$ et ceux des substitutions du groupe fuchsien correspondant

$$\left(z, \frac{\alpha_i z + \beta_i}{\gamma_i z + \delta_i}\right).$$

Cela posé, envisageons la fonction suivante :

$$\Lambda(z) = \frac{[f(z) - a_1]^{\lambda_1}[f(z) - a_2]^{\lambda_2} \ldots [f(z) - a_n]^{\lambda_n}}{[f'(z)]^m [f(z) - f(z_1)][f(z) - f(z_2)] \ldots [f(z) - f(z_p)]}.$$

Les nombres $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, m$ sont entiers positifs. Ils sont assujettis, ainsi que le nombre p des facteurs du dénominateur, aux inégalités suivantes :

$$\lambda_i > m\left(1 - \frac{1}{\mu_i}\right),$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n < m\left(1 + \frac{1}{\mu_{n+1}}\right) + p.$$

Les quantités $z_1, z_2, \ldots, z_p$ sont regardées provisoirement comme des constantes. Les infinis de la fonction $\Lambda(z)$ sont tous simples; ils sont compris dans la formule

$$\frac{\alpha_i z_1 + \beta_i}{\gamma_i z_1 + \delta_i}, \frac{\alpha_i z_2 + \beta_i}{\gamma_i z_2 + \delta_i}, \ldots, \frac{\alpha_i z_p + \beta_i}{\gamma_i z_p + \delta_i}.$$

Quels sont les résidus correspondants? Soit

$$\frac{1}{[f(z) - f(z_1)][f(z) - f(z_2)] \ldots [f(z) - f(z_p)]}$$
$$= \frac{A_1}{f(z) - f(z_1)} + \frac{A_2}{f(z) - f(z_2)} + \cdots + \frac{A_p}{f(z) - f(z_p)}.$$

On aura

$$(2)\quad \begin{cases} A_1 + A_2 + \ldots + A_p = 0, \\ A_1 f(z_1) + A_2 f(z_2) + \ldots + A_p f(z_p) = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_1 f(z_1)^{p-2} + A_2 f(z_2)^{p-2} + \ldots + A_p f(z_p)^{p-2} = 0. \end{cases}$$

Le résidu correspondant à l'infini

$$\frac{\alpha_i z_k + \beta_i}{\gamma_i z_k + \delta_i}$$

sera

$$\frac{A_k F(z_k)}{[f'(z_k)]^{m+1}}(\gamma_i z_k + \delta_i)^{-2(m+1)},$$

en posant, pour abréger,

$$F(z) = [f(z) - a_1]^{\lambda_1}[f(z) - a_2]^{\lambda_2}\ldots[f(z) - a_n]^{\lambda_n}.$$

Soit $\varphi(z)$ une fonction rationnelle quelconque ne devenant pas infinie à l'intérieur du cercle fondamental. La fonction $\varphi(z)\Lambda(z)$ jouira de la propriété suivante; elle sera égale à une somme de termes de la forme $\sum \frac{A}{z-a}$, comme on le démontre par des considérations très simples, mais qui cependant ne peuvent trouver place ici. On aura donc

$$\varphi(z)\Lambda(z) = \sum_i \sum_k \frac{A_k F(z_k)}{[f'(z_k)]^{m+1}} \frac{\varphi\left(\dfrac{\alpha_i z_k + \beta_i}{\gamma_i z_k + \delta_i}\right)}{(\gamma_i z_k + \delta_i)^{2(m+1)}} \frac{1}{z - \dfrac{\alpha_i z_k + \beta_i}{\gamma_i z_k + \delta_i}}.$$

Cette identité a lieu quel que soit $\varphi(z)$. Nous pouvons donc écrire

$$(4)\qquad \sum_k \frac{A_k F(z_k)}{[f'(z_k)]^{m+1}} \Theta(z_k) = 0,$$

en posant, pour abréger,

$$\Theta(t) = \sum \frac{\varphi\left(\dfrac{\alpha_i t + \beta_i}{\gamma_i t + \delta_i}\right) - \varphi(z)}{z - \dfrac{\alpha_i t + \beta_i}{\gamma_i t + \delta_i}} (\gamma_i t + \delta_i)^{-2(m+1)}.$$

Cette fonction, si l'on y regarde z comme une constante, est une fonction thétafuchsienne de t. Si l'on rapproche l'identité (4) des équations (3), et si l'on remarque que, dans ces équations, $z_1, z_2, \ldots, z_p$ ont des valeurs

quelconques, on en déduira l'existence d'une relation de la forme

$$(5)\quad \Theta(t) = \frac{[b'(t)]^{m+1}}{F(t)}[M_0 + M_1 f(t) + M_2 f^2(t) + \ldots + M_{p-2} f^{p-2}(t)],$$

où M_0, M_1, ..., M_{p-2} sont des constantes indépendantes de t. Les valeurs numériques de ces constantes peuvent être calculées aisément à l'aide de séries de même forme que Θ et des $p-2$ premiers coefficients b_1, b_2, ..., b_{p-2} de la série (2). Cette méthode nous donne donc l'expression d'une fonction rationnelle de $f'(z)$ et de $f(z)$ sous la forme d'une série thétafuchsienne. Connaissant trois pareilles expressions, nous pourrons exprimer rationnellement $f(z)$ par des séries thétafuchsiennes.

» On peut, par ce procédé, écrire effectivement certaines relations linéaires entre les séries thétafuchsiennes, relations dont j'ai démontré *a priori* l'existence.

» Les mêmes méthodes sont applicables, avec quelques changements, aux fonctions des autres genres et des autres familles. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un moyen d'étendre la théorie des imaginaires, sans faire usage des imaginaires.* Note de M. SALTEL.

« Soit

$$f(x, y) = 0 \tag{1}$$

une équation en x, y supposée algébrique, entière et d'ordre m. Remplaçons les variables x, y par

$$x = \alpha + \lambda\beta, \tag{2}$$

$$y = \alpha' + \lambda\beta. \tag{3}$$

En ordonnant le résultat de la substitution par rapport à λ, on a une équation de la forme

$$\lambda^m A_0(\alpha, \beta, \alpha', \beta') + \lambda^{m-1} A_1(\alpha, \beta, \alpha', \beta') + \ldots + A_m(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0. \tag{4}$$

Cela fait, considérons la nouvelle équation

$$i_m A_0(\alpha, \beta, \alpha', \beta') + i_{m-1} A_1(\alpha, \beta, \alpha', \beta') + \ldots + A_m(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, \tag{5}$$

obtenue en remplaçant dans (4) les puissances

$$\lambda^m,\ \lambda^{m-1},\ \lambda^{m-2},\ \ldots,\ \lambda \tag{6}$$

par les *nouvelles variables*

$$i_m,\ i_{m-1},\ i_{m-2},\ \ldots,\ i, \tag{7}$$

en sorte que (5) représentera une équation à $m+4$ inconnues. Établissons entre les nouvelles variables (7) les relations

$$i_{4n}=p, \quad i_{4n+1}=i, \quad i_{4n+2}=q, \quad i_{4n+3}=-i, \tag{8}$$

p, q étant des nombres donnés quelconques *positifs* ou *négatifs*, tels que, par exemple, $p=1$, $q=-2$; l'équation (5) prendra la forme

$$U_1(\alpha, \beta, \alpha', \beta') + iU_2(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, \tag{9}$$

U_1 et U_2 étant des fonctions de α, β, α', β' parfaitement définies, dépendant uniquement de la composition de l'équation (1) et des valeurs attribuées à p, q.

» Si donc on considère :

» 1° La courbe (C), dont l'équation en X, Y s'obtient en éliminant α, β, α', β', entre

$$(C)\quad \begin{cases} U_1(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (10)\\ U_2(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (11)\\ V_1(X, Y, \alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (12)\\ V_2(X, Y, \alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (13)\\ V_3(X, Y, \alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (14) \end{cases}$$

V_1, V_2, V_3 étant des fonctions données arbitrairement;

» 2° La surface (S), dont l'équation en X, Y, Z s'obtient en éliminant α, β, α', β', entre

$$(S)\quad \begin{cases} U_1(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (15)\\ U_2(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (16)\\ W_1(X, Y, Z, \alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (17)\\ W_2(X, Y, Z, \alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (18)\\ W_3(X, Y, Z, \alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (19) \end{cases}$$

W_1, W_2, W_3 étant encore des fonctions données arbitrairement, il en résultera que la courbe (C) et la surface (S) résulteront entièrement :

» 1° De la composition de l'équation (1);

» 2° Des valeurs attribuées à p, q;

» 3° Des fonctions données (V_1, V_2, V_3), (W_1, W_2, W_3).

» *Première application.* — Si l'on suppose, en particulier,

$$p=1, \quad q=-1, \tag{20}$$

$$V_1 = X - \alpha - p = 0, \tag{21}$$

$$V_2 = Y - \alpha' - \beta' = 0, \tag{22}$$

$$V_3 = \beta - k\beta' = 0, \tag{23}$$

k étant un nombre donné quelconque, les équations (C) deviendront

$$
(\mathrm{M}) \quad \left\{ \begin{array}{ll}
U_1(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (24) \\
U_2(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, & (25) \\
X = \alpha + \beta, & (26) \\
Y = \alpha' + \beta', & (27) \\
\beta = k\beta', & (28)
\end{array} \right.
$$

et représenteront une courbe dont l'étude fait l'objet essentiel de l'Ouvrage de M. Marie sur les *Fonctions des variables imaginaires*.

» *Seconde application.* — Si l'on suppose, avec (20),

$$W_1 = X - \alpha Z - \beta = 0, \qquad (29)$$
$$W_2 = Y - \alpha' Z - \beta' = 0, \qquad (30)$$
$$W_3 = \beta - k\beta' = 0, \qquad (31)$$

les équations (S) deviendront

$$U_1(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, \qquad (32)$$
$$U_2(\alpha, \beta, \alpha', \beta') = 0, \qquad (33)$$
$$X - \alpha Z - \beta = 0, \qquad (34)$$
$$Y - \alpha' Z - \beta' = 0, \qquad (35)$$
$$\beta - k\beta' = 0, \qquad (36)$$

et représenteront une surface qui sera coupée par le plan $Z = 1$, suivant une courbe de M. Marie.

» *Nota.* — Supposons que l'équation (1) ne contienne qu'une seule inconnue

$$f(x) = 0, \qquad (37)$$

et soit

$$A_1(\alpha, \beta) + iH_2(\alpha, \beta) = 0$$

ce que devient l'équation (9).

» Si α', β' sont deux nombres positifs ou négatifs vérifiant les équations

$$H_1(\alpha, \beta) = 0, \quad H_2(\alpha, \beta) = 0,$$

nous dirons que

$$x = \alpha + \Omega\beta$$

représente une *solution imaginaire* de (37).

» En supposant $p = 1$, $q = -1$, on retrouve les *solutions imaginaires* considérées jusqu'ici. »

MÉCANIQUE. — *Nouvelle manière d'employer le principe de la moindre action, dans les questions de Dynamique.* Note de M. E. BRASSINNE.

« Le principe de la moindre action, exprimé par les relations équivalentes

$$\delta\int mv\,ds = 0 \quad \text{ou} \quad \delta\int mv^2\,dt = 0,$$

ne correspond pas toujours à une simple question de *minimum*. Si, par exemple, une longueur invariable s est parcourue uniformément, dans un temps t, avec une vitesse v, il en résultera l'égalité $vt = s$; la variation du premier membre sera nulle, ce qui signifiera que le produit s peut être formé de plusieurs manières par deux facteurs différents. Les relations générales ci-dessus, dans lesquelles deux éléments des intégrales sont variables, ont un sens analogue. Une question particulière le fera comprendre.

» Un point pesant m descend sur une courbe située dans un plan vertical, et il en parcourt une longueur s terminée par deux points fixes A, B; par le premier, on mène une verticale h, qui coupe un plan horizontal mené, par le point B, à l'origine des ordonnées x. Quelle que soit la courbe, le point m, dont l'ordonnée est x et qui, par conséquent, est descendu au-dessous de A d'une hauteur $h - x = z$, aura une vitesse $\sqrt{2gz}$, et sa force vive acquise lorsque $x = 0$ sera mgh.

» On voit aisément que le *minimum* indiqué par la relation générale $\delta\int mv^2\,dt = 0$ ne peut provenir que du temps pendant lequel se développe la force vive mgh. Mais cette considération ne fait pas connaître la nature de la ligne qui remplit les conditions nécessaires. On y parvient par la transformation suivante (en faisant $m = 1$):

$$(1)\quad \delta\int v\,ds = \delta\left(v.s - \int dv.s\right) = 0, \quad \delta\int v^2 st = \delta\left(v^2.t - \int 2v\,dv.t\right) = 0.$$

» Si l'on égale à zéro des variations des termes en dehors du signe d'intégration, on trouvera

$$(2)\quad \delta v.s + v\delta s = 0, \quad \delta v^2.t + v^2.\delta t = 0,$$

qui peuvent donner les valeurs de s, t en fonction de v ou de z, et réduire les termes des expressions (1) qui ont conservé au second membre les

signes d'intégration à la forme $\delta\int\varphi(z)\,dz$. Mais les valeurs de z ont pour limites fixes zéro et h, et par suite la variation de la quadrature sera nulle. Remplaçant v par $\sqrt{2gz}$ et remarquant que $z = h - x$ et que, par suite, dx, qu'on suppose de même signe que l'accroissement de l'arc, compté de bas en haut, est de signe contraire à dz, les relations (2) prennent la forme suivante :

$$(3)\qquad \frac{-\delta z}{2z} + \frac{\delta s}{s} = 0, \quad \frac{-\delta z}{z} + \frac{\delta t}{t} = 0.$$

L'intégration donne de suite

$$(4)\qquad s^2 = \lambda(h - x), \quad t = k(s - x).$$

La première est une cycloïde dont le sommet est au point A, pour lequel l'ordonnée $x = h$. Elle coupe le plan horizontal passant par l'origine en un point qui pourra être B si on détermine la constante λ d'une manière convenable.

» La vitesse de m en un point de la cycloïde est

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{dt}\,\frac{\sqrt{\lambda}}{2}\,\frac{-dx}{\sqrt{h-x}};$$

cette vitesse est aussi

$$\sqrt{2g(h-x)};$$

par suite, en identifiant ces valeurs,

$$dt = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda}{2g}}\,\frac{dx}{h-x};$$

mais, d'après la seconde des relations (3),

$$\frac{dx}{h-x} = \frac{dt}{t},$$

d'où résulte

$$t = +\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda}{2g}}.$$

» La valeur de t, indépendante de la hauteur h, démontre que la courbe est tautochrone ; on peut avoir la valeur du temps après la détermination de $\frac{\lambda}{2}$, qui sera le rayon de courbure de la cycloïde $s^2 = \lambda z$, et la longueur du pendule simple dont l'oscillation est $2t$.

» La méthode précédente s'applique au problème général du mouve-

ment d'un corps pesant sur une surface; on peut aussi supposer des forces verticales qui donnent à un corps m, qui descend d'une hauteur h, une vitesse $\sqrt{2g\varphi(z)}$. »

PHYSIQUE. — *Détermination, au moyen du microphone, de la position des nœuds et des ventres dans les colonnes d'air vibrantes;* par J. SERRA-CARPI.

« Je demande à l'Académie la permission de lui présenter le résumé de mes recherches, pour déterminer, au moyen du microphone, la position des nœuds et des ventres dans les colonnes d'air vibrantes.

» Sur un petit anneau muni d'une membrane élastique, je fais appuyer une très légère tige de graphite, qui, à son autre extrémité, peut osciller dans un trou percé dans un petit morceau de charbon, soutenu par un demi-cercle en carton. Cette sonde microphonique a été introduite dans plusieurs tuyaux, mais la plupart des expériences ont été faites avec un tuyau d'orgue, dont le son fondamental était do_2. Lorsqu'on porte successivement cet appareil dans diverses tranches de la colonne d'air vibrante, on peut, avec un téléphone, reconnaître aisément si la sonde passe par un nœud ou par un ventre. La présence d'un nœud est indiquée par un roulement, semblable aux bruits qu'on entend dans la lame d'un téléphone lorsqu'un courant induit traverse le fil de cet instrument. Au contraire, quand la sonde se trouve dans un ventre, les bruits deviennent très éloignés et très rares. Dans les tranches intermédiaires, les bruits deviennent de moins en moins rapprochés à mesure qu'on marche d'un nœud vers un ventre. Avec cet appareil, on n'entend presque pas, au téléphone, le son musical rendu par le tube; si, au lieu du petit tambour microphonique, on enfonce dans l'intérieur du tube un petit microphone ordinaire, on entend bien le son musical, mais on ne peut pas reconnaître si le microphone passe plutôt par un nœud que par un ventre. En regardant la tige en graphite de la petite sonde microphonique, on voit qu'elle effectue des oscillations assez grandes, mais peu fréquentes, dans le trou du petit charbon supérieur, quand elle se trouve dans un ventre; elle éprouve un frémissement à peine visible, lorsqu'elle passe par un nœud. Ces mouvements si différents de la tige du microphone, dans un tube muni de parois en verre, peuvent être projetés sur un écran; on rend ainsi visible à une nombreuse réunion la distribution des nœuds et des ventres.

» Cette méthode, comme presque toutes celles qui ont été adoptées dans

de pareilles expériences, demande des précautions d'autant plus minutieuses, qu'on explore l'intérieur de tubes rendant des sons plus aigus. »

ZOOLOGIE. — *La spermatogénèse chez les Annélides et les Vertébrés.* Note de M. A. SABATIER, présentée par M. Alph. Milne Edwards.

« Ayant eu l'occasion d'étudier, à la station zoologique de Cette, les phénomènes de la spermatogénèse chez une *Salmacina*, petite Annélide du groupe des Serpulides, et comparativement chez quelques Lombrics de la région, je suis arrivé à des résultats qui m'ont paru éclairer d'une manière heureuse la spermatogénèse encore assez obscure des Vertébrés.

» Les spermatospores ou cellules mères qui tapissent les parois des poches spermatiques se couvrent par multiplication des noyaux et par bourgeonnement de cellules pédonculées claviformes, que j'appelle *protospermoblastes*. Chacun de ceux-ci ou plusieurs à la fois grossissent, se détachent du groupe et présentent à leur tour une nouvelle multiplication des noyaux avec bourgeonnement superficiel. De là une seconde génération de spermatoblastes, fille de la première, les deutospermoblastes qui s'allongent progressivement et se transforment définitivement en spermatozoïdes. Le noyau du deutospermoblaste forme la tête du spermatozoïde, tandis que le corps et la queue sont constitués par l'effilement du protoplasme. Il résulte de là que le processus de la spermatogénèse, loin d'être réduit à la production d'une seule génération de spermoblastes, présente, au contraire, la succession de deux générations de ces éléments cellulaires, dont la première devient le blastophore de la seconde.

» Ce processus me paraît être également celui de la spermatogénèse chez les Vertébrés. Il permet d'interpréter d'une manière très satisfaisante des faits recueillis par des observateurs d'une valeur incontestable, mais dont les conceptions présentent des divergences très prononcées.

» C'est ainsi, par exemple, que le processus compliqué et assez extraordinaire que M. Balbiani attribue à la spermatogénèse chez tous les Vertébrés, depuis les Poissons jusqu'aux Mammifères, trouve dans les phénomènes ci-dessus une explication des plus simples et des plus rationnelles. Les groupes cellulaires composés d'une grande cellule centrale ronde et claire (élément femelle) et de petites cellules périphériques aplaties (élément mâle) appliquées à la surface de celle-ci, groupes que l'éminent professeur du Collège de France considère comme des ovules primordiaux entourés de cellules épithéliales et par conséquent comme de jeunes follicules de Graaf mâles,

ces groupes, dis-je, ne sont autre chose que le spermatospore primitif recouvert des protospermoblastes, qui deviennent plus ou moins saillants à la surface de la cellule mère. Ce premier phénomène de bourgeonnement superficiel a d'ailleurs été observé par La Valette Saint-George, qui lui attribue la formation des cellules de ce qu'il appelle le *spermatocyste*.

» M. Balbiani a également constaté chez les Plagiostomes que l'ovule central émet, par différents points de sa surface, des bourgeons ou cellules filles qui deviennent claviformes.

» Les cellules épithéliales du follicule de Graaf mâle qui produisent, d'après M. Balbiani, par bourgeonnement, un groupe de cellules filles devenant les spermatozoïdes, représentent fidèlement à leur tour les protospermoblastes, produisant par bourgeonnement, à leur surface, la génération des deutospermoblastes qui deviendront les spermatozoïdes [1].

» Cette succession de deux générations de spermoblastes, dont la deuxième prend naissance sur la première, constituant le processus nécessaire de la spermatogénèse des Annélides, me semble parfaitement en harmonie avec les faits dus aux observateurs les plus dignes de crédit et me paraît suffire à l'interprétation simple et naturelle des faits observés, sans nécessiter l'intervention d'une conjugaison d'éléments réputés de sexualité différente et d'une fécondation que rien n'est venu sérieusement établir. »

TÉRATOLOGIE. — *Sur le rôle de l'amnios dans la production des anomalies.* Note de M. C. **Dareste**.

« On a souvent cherché à expliquer un grand nombre d'anomalies simples, et particulièrement les déviations du tronc et des membres, par une cause mécanique, la compression partielle de l'embryon dans la matrice. Cette théorie, très ancienne, puisqu'on la retrouve dans le livre de la *Nature de l'enfant* qui fait partie de la collection hippocratique, a été souvent reproduite. Mais les partisans de cette doctrine n'ont pu, jusqu'à

---

[1] Ces protospermoblastes sont aussi les *Deckyellenkern* de Semper, que ce savant distingué fait naître à tort à la base du faisceau de spermatozoïdes, tandis que ce sont les spermatozoïdes qui en naissent.

Ces protospermoblastes sont encore les cellules *externes* du spermatocyste de la Valette Saint-George, tandis que les *cellules internes* sont les deutospermoblastes ou spermatozoïdes.

présent, la faire prévaloir, parce qu'ils ne connaissaient point l'agent de la compression.

» Mes recherches sur la production artificielle des monstruosités m'ont appris que, dans l'embryon des Oiseaux, un grand nombre de monstruosités simples résultent de la compression partielle du corps de l'embryon; que l'agent de cette compression partielle est l'amnios arrêté dans son développement; enfin que cette compression partielle ne peut déterminer d'événements tératologiques qu'autant qu'elle s'exerce de très bonne heure, lorsque l'embryon n'est constitué que par des cellules homogènes, et ne présente pas encore ses éléments histologiques définitifs.

» J'ai signalé, depuis longtemps, cette loi générale comme devant s'appliquer également aux Mammifères et à l'espèce humaine. La similitude des phénomènes de l'évolution chez les Oiseaux et les Mammifères devait amener la similitude des phénomènes tératogéniques. Une pièce tératologique très intéressante, dont je dois la communication à M. G. Pouchet, me permet de donner la preuve de cette conception.

» C'est un fœtus de mouton qui présente des déviations de toute sorte. La tête est complètement renversée en arrière et à droite, de telle façon que le museau vient s'appliquer contre la partie de l'amnios qui enveloppe les membres postérieurs. Les membres antérieurs, complètement soudés, dans la région humérale, avec les parois thoraciques, présentent, dans la région de l'avant-bras et des pieds, de nombreuses torsions qui font que leurs doigts viennent s'appliquer sur le museau, où ils ont laissé leur empreinte. Les doigts des membres postérieurs sont complètement renversés d'avant en arrière.

» Ces faits seraient assurément peu dignes d'intérêt en eux-mêmes si la pièce tératologique ne laissait voir, de la manière la plus évidente, leur mode de formation.

» En effet, l'amnios, complètement adhérent avec la peau de l'embryon, dans une grande partie de la région cervicale et de la région dorsale, n'a pu être enlevé en totalité. Un lambeau persistant de cette membrane forme une sorte de gaîne qui enveloppe et comprime les pattes postérieures : c'est cette compression qui a manifestement renversé en arrière les doigts des pattes postérieures. Cette gaîne est elle-même soudée avec un lambeau du capuchon céphalique, qui a été ainsi renversé en arrière et latéralement, et qui a entraîné la tête avec lui. Le cordon ombilical se trouve engagé dans cette adhérence, qui unit entre elles la partie céphalique et la partie caudale de l'amnios.

» Les adhérences de l'amnios avec la peau de l'embryon établissent, avec une complète évidence, que la date de ces événements tératologiques est très ancienne; car elles n'ont pu se produire que lorsque la peau n'était pas définitivement constituée, et ne s'était pas encore revêtue de ses poils laineux.

» Cette pièce présente donc la réalisation complète des idées que je professe depuis longtemps sur la tératogénie. Elle montre comment les déviations, et particulièrement le pied bot congénital, l'une des anomalies les plus fréquentes dans l'espèce humaine, sont la conséquence de la compression du corps de l'embryon, par l'amnios arrêté dans son développement. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *De la végétation à l'air des plantes aquatiques.* Note de M. E. MER, présentée par M. Duchartre.

« On sait qu'un grand nombre de plantes aquatiques peuvent vivre à l'air et y développer des rameaux différant notablement de ceux qui naissent sous l'eau par leur aspect général et leur structure. Mais il est plusieurs espèces chez lesquelles les formes aériennes ne sont pas connues. J'ai cherché pour quelques-unes d'entre elles à les réaliser expérimentalement. Pour cela je plaçai quelques rameaux dans un vase renfermant de l'eau, en ayant soin que les bourgeons restassent émergés. Le tout était recouvert d'une cloche et exposé à une lumière diffuse assez vive. A côté se trouvait un appareil identique, renfermant des rameaux semblables aux premiers, mais immergés entièrement et destinés à servir de témoins : comparaison nécessaire pour apprécier la part d'influence revenant au milieu. Les observations furent commencées au mois de juillet.

» *Potamogeton natans.*—Les entrenœuds, de même que les premières feuilles, qui, dans cette plante, sont linéaires, restèrent courts et épais. Ensuite apparurent des feuilles à limbe rudimentaire, puis des feuilles pourvues de limbes de plus en plus grands, sans que ces derniers acquissent jamais les dimensions normales. Après qu'un certain maximum eut été atteint, la taille des limbes qui suivirent diminua peu à peu, et, à l'automne, les feuilles linéaires reparurent : circonstance qui ne se présente que très rarement dans les stations où végète cette plante. Sur toutes les feuilles linéaires les stomates étaient d'autant plus abondants qu'on examinait des régions plus rapprochées de l'extrémité. Il y en avait parfois jusque dans le voisinage de l'insertion sur le rameau. Ces stomates existaient uniquement à la face supérieure, qui se distinguait de l'autre par un léger aplatissement. Je n'ai jamais rencontré ces organes sur les feuilles linéaires de cette plante, dans les conditions naturelles où elle vit. A mesure que l'extrémité des feuilles s'élargissait, les stomates se confinaient de

plus en plus dans la partie terminale. Sur celles où un rudiment de limbe commençait à apparaître, on en trouvait cependant encore au sommet du pétiole. C'est seulement lorsque le limbe avait acquis d'assez grandes dimensions que le pétiole se montrait complètement dépourvu de stomates. Quant aux rameaux qui, dans l'expérience, s'étaient développés sous l'eau, ils avaient acquis des dimensions un peu plus grandes que ceux qui s'étaient formés à l'air; mais entrenœuds et feuilles linéaires étaient restés plus exigus que dans l'état normal. Les feuilles linéaires, de même que celles qui étaient munies de limbes peu développés, portaient des stomates, mais en moins grand nombre que dans la forme aérienne. En outre, ces stomates s'éloignaient moins du limbe et faisaient défaut dès que ce dernier avait dépassé les dimensions rudimentaires.

» *Potamogeton rufescens.* — Les rameaux sont restés courts et grêles, de même que les feuilles. Sur ces dernières on remarquait la présence d'assez nombreux stomates, répartis surtout de chaque côté de la nervure médiane. Les rameaux submergés étaient un peu plus développés. Leurs feuilles portaient aussi des stomates, mais en moins grand nombre. Elles en sont généralement dépourvues dans les conditions ordinaires.

» L'apparition des stomates dans les feuilles des deux plantes ci-dessus ne doit pas être attribuée au moins directement à la végétation aérienne, puisqu'on les retrouve également dans les expériences où les rameaux étaient submergés. Ils paraissent dus à deux causes : le ralentissement dans la croissance et l'hérédité. Dans les conditions de l'expérience, l'accroissement étant très lent, les matières nutritives s'accumulaient dans le tissu et favorisaient la production des stomates en déterminant sur certains points la multiplication des cellules épidermiques. Celles-ci étaient en effet plus petites et plus irrégulières dans leurs dimensions et leurs contours. Les stomates n'étaient plus nombreux dans les rameaux développés à l'air que parce que la végétation se trouvait encore plus ralentie dans ce milieu, par suite de la transpiration. C'est pour un motif analogue sans doute qu'on en rencontre sur les feuilles florales du *P. rufescens,* quand cette plante croît dans des sols peu fertiles et à de faibles profondeurs.

» L'observation nous fournit du reste d'autres exemples de l'apparition des stomates, par suite du ralentissement dans la végétation. C'est ainsi que dans les bas-fonds graveleux, très stériles, du lac de Longemer, on trouve, à une assez grande distance de la rive, des Littorelles très exiguës dont les feuilles sont remarquables par la présence assez fréquente de stomates à l'extrême pointe, tandis que, dans le voisinage, les individus appartenant à la même espèce, mais croissant en sol limoneux et à de grandes profondeurs, n'en possèdent pas.

» Mais dans l'apparition des stomates on doit également faire intervenir l'hérédité. C'est en effet en vertu de ce principe que ces organes faisaient

défaut sur la face inférieure des feuilles linéaires de *P. natans* développées dans les expériences dont il a été rendu compte plus haut et que sur la face supérieure ils étaient principalement accumulés à l'extrémité. On sait en effet que, dans les conditions normales, la face supérieure seule des feuilles nageantes possède des stomates et qu'on n'en rencontre pas sur le pétiole. C'est en vertu du même principe que les feuilles aériennes dont on provoque par expérience le développement sur des Littorelles prises à une certaine distance de la rive et dans des fonds limoneux possèdent moins de stomates que celles qui prennent naissance sur les individus recueillis près du bord ou en sols stériles.

» On savait que la végétation aérienne provoque le développement des stomates, mais sans en comprendre le mécanisme. Les expériences précédentes jettent quelque jour sur cette question.

» *Nuphar pumilum.* — En soumettant aux mêmes conditions expérimentales des rameaux de *N. pumilum* portant des feuilles appartenant à la forme submergée, j'ai vu apparaître des feuilles aériennes présentant le même type, mais plus exigu. Le ralentissement dans la végétation produisit un résultat que j'avais en vain cherché à faire naître dans les feuilles de *P. rufescens* : je veux parler de l'apparition de grains d'amidon dans les cellules du limbe, fait que je n'ai jamais vu se présenter dans les conditions naturelles où vivent les feuilles submergées de cette plante.

» L'*Hydrocharis morsus ranæ* a pu développer des feuilles à l'air, parfois même sans abri et exposé directement à la radiation solaire. Les limbes étaient moins larges, les pétioles plus courts, les lacunes moins grandes, les cellules épidermiques plus exiguës et à contours légèrement sinueux.

» D'après ce qui précède, on est autorisé à penser que, si certaines plantes aquatiques ne peuvent pas former de rameaux à l'air libre, c'est seulement parce que leurs tissus sont impuissants à résister à une transpiration active et non, ainsi qu'il arrive pour les plantes aériennes qu'on immerge, parce qu'elles sont incapables de s'y développer et de s'y nourrir. Elles peuvent vivre à l'air, à condition que celui-ci soit humide, et y produire de l'amidon parfois avec plus de facilité que sous l'eau. Certainement si, au lieu d'opérer sur des fragments détachés, on appliquait le dispositif précédent à des individus intacts, sans les sortir de leur station naturelle, on obtiendrait des organes moins exigus. Mais si les plantes aquatiques peuvent développer à l'air des rameaux qui y fonctionnent et y vivent, il en est fort peu chez lesquels la même feuille puisse fonctionner dans les deux milieux. Ce cas ne se rencontre que dans celles qui possèdent des tissus assez consistants pour résister à une active transpiration. Telles

sont les feuilles d'*Isoetes* et *Littorella lacustris*, les parties émergées des feuilles de *Typha*, *Sparganium ramosum*, *Carex ampullacea*, etc. A cette catégorie de plantes seule conviendrait la dénomination d'amphibies, et encore le sont-elles rarement dans toutes leurs parties, car si la portion immergée d'une feuille de *C. ampullacea*, *Sp. ramosum* peut vivre à l'air, en revanche la partie émergée ne saurait végéter dans l'eau. »

MINÉRALOGIE. — *Sur les bandes concentriques des feldspaths*. Note de M. A. MICHEL LÉVY, présentée par M. Fouqué.

« Dans une Note précédente (¹), j'ai cherché quelles sont les positions d'égale intensité lumineuse que peuvent prendre, entre les nicols croisés, deux minéraux juxtaposés en plaque très mince, ainsi que leur mélange submicroscopique.

» Voici les résultats de l'application de cette méthode à l'étude des feldspaths présentant des bandes concentriques, des facules, des extinctions ondulées, entre les nicols croisés, en lumière parallèle.

» *Premier cas, très fréquent.* — Il existe quatre positions à angle droit, d'égale intensité lumineuse, dans lesquelles les cristaux des feldspaths paraissent entièrement homogènes; non seulement les bandes concentriques et les facules disparaissent, mais encore les lamelles hémitropes, suivant les lois de l'albite et du péricline, s'effacent également.

» Dans le cas des associations d'orthose, de microcline et d'albite, découvertes par M. Des Cloizeaux, l'orthose ne se distingue plus, dans ces quatre positions, du microcline; les filonnets d'albite ressortent sur un fond commun d'intensité uniforme.

» *Deuxième cas, fréquent.* — Dans les feldspaths tricliniques intermédiaires, entre l'albite et l'anorthite, les bandes excentriques, souvent nombreuses, s'effacent simultanément dans le cristal fondamental; mais les positions d'égale intensité lumineuse, pour les bandes concentriques, ne correspondent plus à l'effacement des lamelles hémitropes.

» *Troisième cas, assez rare.* — On ne trouve aucune position dans laquelle les bandes concentriques prennent toutes la même intensité lumineuse.

» Pour faciliter l'interprétation théorique de ces divers cas, je rappellerai que, dans nos expériences de reproduction artificielle, nous avons vu, M. Fouqué et moi, les microlithes feldspathiques élémentaires allongés

(¹) *Comptes rendus*, p. 93 de ce Volume.

suivant l'arête pg^1 se grouper radialement en sphérolithes, tantôt parallèlement en faisceaux, préparant pour ainsi dire les grands cristaux de feldspath. Il convient donc de se représenter un pareil cristal comme un agrégat de microlithes parallèles, juxtaposés par couches concentriques, et tantôt orientés dans un sens unique, tantôt retournés par rotation autour d'un axe perpendiculaire à g^1. L'association si fréquente des macles de l'albite et du péricline confirme cette observation.

» Quand nous avons cherché, dans nos expériences synthétiques, à faire cristalliser simultanément deux feldspaths différents, nous avons vu les microlithes de même nature se grouper et pour ainsi dire se rechercher; mais parfois il y avait juxtaposition, dans un même faisceau, de deux séries de microlithes différents.

» Quand le feldspath considéré ne présente pas de bandes concentriques, sa composition est homogène et les microlithes élémentaires sont orientés dans un sens unique, du moins si l'on considère successivement le cristal fondamental et les lamelles hémitropes.

» Lorsque les bandes concentriques et les facules se présentent, il faut considérer à part chacun des cas énumérés plus haut. Dans *le premier cas*, on n'a également affaire qu'à un seul feldspath fondamental; mais les groupements hémitropes submicroscopiques des microlithes y constituent les parties à propriétés optiques variables, quoique se déduisant en somme de l'ellipsoïde du feldspath fondamental.

» Ce cas est assez important au point de vue théorique pour que nous insistions sur les preuves accessoires que l'observation fournit à son sujet. On aperçoit fréquemment, dans les oligoclases des pegmatites, par exemple, des facules et même des bandes où les lamelles hémitropes, extrêmement fines, peuvent encore se distinguer aux forts grossissements. On observe souvent aussi, dans les roches les plus variées, des bandes concentriques ayant les mêmes extinctions et les mêmes colorations que l'une des séries de lamelles hémitropes; ces dernières viennent pour ainsi dire se fondre dans ces bandes.

» L'importance théorique de ce second cas réside dans l'incertitude qu'il peut jeter sur les extinctions présentées par les feldspaths tricliniques dans la zone ph^1; il conduit à admettre l'existence de bandes qui seraient au feldspath triclinique fondamental ce que l'orthose, ou du moins certains orthoses, sont au microcline.

» Le *deuxième cas* paraît exiger l'absence d'hémitropie submicroscopique; il suppose un mélange de deux séries de microlithes feldspathiques et, sans

prouver la théorie de M. Tschermak, il ne lui est pas opposé. La nouvelle méthode que nous proposons prouve qu'il n'y a alors dans les bandes concentriques que deux corps à considérer; elle démontre, en outre, que le second de ces corps ne se confond pas avec le feldspath des lamelles hémitropes.

» Enfin, le *troisième cas* suppose plus de deux corps composants, ou tout au moins deux corps et des retournements hémitropes.

» La méthode des intensités lumineuses égales paraît pouvoir s'appliquer à d'autres anomalies optiques, notamment à celles que présentent certaines plaques de quartz et de pyroxène. Elle procure une distinction facile des différentes macles dans les feldspaths tricliniques. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la hauteur barométrique du 17 janvier 1882.* Note de M. É. Renou, présentée par M. Hervé Mangon.

« La pression atmosphérique s'est élevée, le 17 janvier dernier, à une hauteur extraordinaire; elle a atteint à 10^h du matin, au parc de Saint-Maur, $782^{mm},13$; l'altitude est de $49^m,30$. La température de l'air était $-2°,1$, le temps couvert avec du brouillard. Cette hauteur revient, au niveau de la mer, à $786^{mm},92$.

» Depuis près d'un siècle, on ne trouve à l'Observatoire de Paris qu'une seule hauteur qui la dépasse un peu, c'est celle du 6 février 1821, à 9^h du matin, $780^{mm},82$, qu'il faut porter à $780^{mm},90$, à cause d'une correction alors négligée. L'altitude du baromètre étant $67^m,38$; ce chiffre devient $787^{mm},52$ au niveau de la mer.

» Depuis deux siècles, on observe à Paris la pression atmosphérique avec des instruments variés, mais dont les corrections peuvent se déduire de séries embrassant un certain nombre d'années. Il ne paraît pas que, dans tout cet intervalle, le baromètre ait jamais dépassé $778^{mm},5$, si l'on en excepte les deux chiffres de 1821 et de 1882. Cotte citait comme extraordinaire la hauteur de $775^{mm},6$, qu'il avait lue à Montmorency le 26 décembre 1778, hauteur qui, avec les corrections convenables, revient à peu près à $778^{mm},5$ à l'Observatoire. Dans ce siècle, nous trouvons encore deux hauteurs pareilles, $778^{mm},56$ le 11 février 1849 et $778^{mm},38$ le 18 janvier 1859. On rencontre ainsi certains chiffres qui se produisent presque identiques de temps en temps et qui sont produits sans doute par le même état atmosphérique.

» En 1821, les données météorologiques sont peu nombreuses et trop

clair-semées, pour qu'on puisse rien dire de l'état atmosphérique de l'Europe au moment du maximum barométrique du 6 février. Il n'en est plus de même aujourd'hui. Le maximum du 17 janvier concorde avec l'existence d'un immense anticyclone, beaucoup plus étendu que d'habitude et occupant tout l'espace compris entre le nord de l'Afrique et celui de l'Europe. Il est bien probablement produit par le croisement des vents inférieurs de Nord-Est avec des vents supérieurs de Sud-Ouest. Ce dernier se déverse sur le nord de l'Europe, sous forme de vent d'Ouest violent, concordant avec un hiver extraordinairement doux pour ces régions. Les observatoires de montagne montrent d'ailleurs cette disposition de l'atmosphère. La différence avec l'état atmosphérique de décembre 1879 réside dans l'humidité de ces couches qui dépend de leur point de départ, les vents de Sud-Ouest pouvant être très secs, comme en décembre 1879, s'ils inclinent un peu au Sud, ou très humides, s'ils s'inclinent un peu à l'Ouest. L'expérience de ces dernières années montre clairement que la différence si grande des hivers ne provient que d'une distribution différente de la température suivant la verticale, l'atmosphère pouvant offrir, sur 10 000^m ou 12 000^m de hauteur, la même moyenne dans un hiver doux et dans un hiver rude. Cette distribution ne tient elle-même qu'à de petites différences dans la direction des courants, qui influe énormément sur leur degré hygrométrique. »

M. Faye fait les remarques suivantes, à l'occasion de l'intéressante Communication de M. Renou.

« Cette aire de haute pression si extraordinaire qui pèse sur une partie de l'Europe doit s'étendre à nos côtes de la Méditerranée et donne, si je ne me trompe, l'explication d'un phénomène que notre savant confrère, M. Naudin, me signalait ce matin même. Voici le passage de sa Lettre (du 20 janvier) qui s'y rapporte.

« Il s'agit de la *diminution* de la mer à Antibes et localités voisines. Depuis une quinzaine de jours, son niveau a baissé de plus de 0^m, 30, laissant à nu des fonds sur lesquels de petites barques naviguaient très aisément jusque-là. Dans une espèce de petite rade, qui est à l'entrée d'Antibes, on peut aujourd'hui récolter *à pied sec* les herbes marines, Algues, *Posidonia*, etc., ainsi que des Holothuries et autres animaux marins, tout étonnés de recevoir directement les rayons du soleil.

. . . Vidi factas ex æquore terras,
Et procul a pelago conchæ jacuere marinæ.

» Faut-il attribuer cet abaissement de niveau à un soulèvement lent du sol? C'est ce qui semblerait le plus naturel. Peut-être y a-t-il connexion entre ce fait et une éruption

sous-marine qui, disent les journaux, vient d'avoir lieu dans la mer Ionienne. Les gens du pays, tout en s'étonnant de voir la mer si basse, ne vont pas en chercher la cause si loin. Pour eux, c'est tout simplement le beau temps dont nous jouissons, presque depuis le commencement de janvier, et qui rappelle tout à fait le printemps. Dans le milieu du jour, le soleil paraît presque trop chaud. »

» Si la pression était à Antibes, comme ici, de $0^m,025$ plus élevée qu'à l'ordinaire, le niveau de la mer devrait baisser, d'après une bien belle remarque de M. Daussy, de $0^m,025 \times 13$ (13, densité du mercure par rapport à l'eau), c'est-à-dire de $0^m,325$. C'est à peu près le chiffre qu'indique M. Naudin. Cette fois donc ce serait le populaire qui aurait raison contre le savant, car ce serait bien au temps tout spécial dont nous jouissons qu'on devrait attribuer le retrait des eaux et non à un soulèvement du sol. Si cette conjecture est juste, M. Naudin verra le niveau *ordinaire* se rétablir à Antibes, dès que l'équilibre atmosphérique se sera rétabli, c'est-à-dire dès que l'aire de haute pression qui semble couver sur le pays se sera défaite ou éloignée ([1]).

» Il sera bien intéressant de suivre, comme M. Alluard l'a si bien fait au Puy de Dôme, en pareille occasion (grand hiver de décembre 1879), la distribution des températures dans le sens de la hauteur, et de voir si le décroissement ordinaire se sera trouvé violemment interverti comme en 1879. Notre confrère M. Berthelot nous dit que les observations déjà publiées signalent précisément ce genre d'interversion.

» En terminant, je demande la permission de réclamer, devant l'Académie, contre le terme d'*anticyclone* que l'on applique souvent à ces phénomènes. Il n'y a pas le moindre rapport entre les aires de haute pression, comme celle qui s'est établie depuis une semaine sur nos contrées, et les mouvements tournants qui produisent les trombes, les tornades, les typhons ou cyclones.

» Les cyclones sont accompagnés, il est vrai, d'une dépression barométrique, tandis que l'inverse a lieu pour le phénomène actuel. Mais les dépressions voyagent avec une rapidité extrême, tandis que les aires de haute pression s'établissent à poste fixe pour longtemps sur un vaste pays. Si elles se déplacent, ce n'est qu'avec une grande lenteur. Dans les cyclones, l'air descend, en spires rapides et violentes, des hautes régions où la gyration

---

([1]) Le phénomène ne pouvait d'ailleurs être remarqué par le public que sur une plage à très faible inclinaison comme à Antibes, et découvrant le fond pour un minime abaissement de niveau.

prend naissance jusqu'au sol sur lequel elle s'épuise. C'est un phénomène mécanique des mieux caractérisés, dans lequel la gyration est intimement unie à la translation accélérée, et ne saurait en être séparée. Je ne sache pas qu'on puisse en dire autant des hautes pressions. Il n'y a pas là davantage de gyration inverse, c'est-à-dire ascendante, ayant en bas son origine, par opposition aux cyclones dont l'origine est en haut. En un mot, l'un de ces phénomènes n'est pas le renversement de l'autre : ils sont d'ordres différents. Le premier, seul, d'ailleurs, est bien connu aujourd'hui dans ses manifestations les plus variées, tandis que le second, je parle des hautes pressions avec inversion des températures supérieures, est encore fort peu connu ([1]). Nous voyons justement, grâce aux circonstances frappantes qui accompagnent celui-ci, qu'indifféremment, par les hautes pressions, le ciel peut rester entièrement couvert, sans neige et sans pluie, avec une température relativement élevée (1882), ou, au contraire, être parfaitement clair avec un froid intense (1879), ce qui rend sans doute le problème encore plus difficile à résoudre. »

M. L. Manouvrier adresse une nouvelle Note sur l'interprétation du poids de l'encéphale et ses applications.

A 4 heures un quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures. J. B.

([1]) Dans les cyclones, la dépression est bien plus grande, en général, que le phénomène inverse pour les aires de haute pression. Il n'y a pas là de maximum proprement dit : tout dépend de l'énergie du mouvement gyratoire. Dans l'autre phénomène, l'augmentation de pression est relativement faible, et il semble qu'elle ne puisse pas dépasser une certaine valeur, $0^{m},020$ ou $0^{m},025$ environ.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 2 JANVIER 1882.

(Suite.)

Sul deposito di argilla con avanzi organici animali nel tenimento di fondi; Memoria di ACH. COSTA. Napoli, tipogr. dell' Accademia reale delle Scienze, 1880; in-4°.

Relazione di un viaggio nelle Calabrie per ricerche zoologiche, fatto nella state del 1876; *per* ACH. COSTA. Napoli, tipogr. dell' Accademia reale delle Scienze, 1881; in-4°.

L'anemia dei contadini, fornaciai e minatori in rapporta coll' attuale epidemia negli operai del Gottardo. Studi del Prof. E. PERRONCITO. Torino, tip. Camilla e Bertolero, 1881; in-8°. (Renvoi au Concours Montyon, Médecine et Chirurgie, 1882.)

ERRATA.

(Séance du 16 janvier 1882.)

Page 113, ligne 12 en remontant, *au lieu de* laisser sans retour, *lisez* laisser fuir sans retour.

Même page, ligne 14, *effacez* les premières.